im^up

INSTYTUT MATEMATYKI
Uniwersytetu Pedagogicznego im. KEN w Krakowie

ul. Podchorążych 2, 30-084 Kraków tel.126626273-74, fax. 126372243

Wymagania do egzaminu dyplomowego

dla studentów studiów **II stopnia** – kierunek matematyka

zatwierdzone przez Radę Instytutu Matematyki dnia 30.09.2021

(**obowiązuje w r. ak. 2021/22**, czyli dla cyklu studiów rozpoczętego w r. ak. 2020/2021)

Egzamin dyplomowy (magisterski) składa się z dwóch części: weryfikacji **efektów uczenia się** oraz **ustnego egzaminu** dotyczącego złożonej pracy dyplomowej.

CZĘŚĆ PIERWSZA

Weryfikacja zdobytej wiedzy merytorycznej na kierunku matematyka (potwierdzającą osiągnięcie efektów uczenia się). Zakres tematyczny tej części egzaminu zawiera Załącznik 1.

CZĘŚĆ DRUGA

Ustny egzamin związany z pracą złożoną przez Dyplomanta pracy uwzględniający odpowiedzi na pytania Komisji egzaminacyjnej dotyczące treści pracy .

Załącznik 1

Zakres materiału do **Części Pierwszej** egzaminu dyplomowego dotyczy poniższych zagadnień:

I. Pojęcia i wiadomości podstawowe

1. Pojęcia teorii aksjomatycznej.
2. Aksjomatyczny system teorii mnogości i równoważne formy pewnika wyboru.
3. Liczby kardynalne i porządkowe.
4. Arytmetyka liczb kardynalnych.
5. Relacje równoważnościowe i porządkowe. Definiowanie pojęć matematycznych za pomocą relacji równoważnościowych. Uporządkowanie podstawowych zbiorów liczbowych.
6. Konstrukcje podstawowych struktur liczbowych (liczby naturalne, całkowite, wymierne, rzeczywiste i zespolone).
7. Geometria krzywych. Krzywe regularne, długość krzywej.
8. Geometria powierzchni. Płaszczyzna styczna, wektor normalny.
9. Definicje i modele podstawowych struktur algebraicznych, struktury ilorazowe.

10. Homomorfizmy struktur algebraicznych. Podstawowe własności oraz przykłady w poszczególnych strukturach.
11. Krzywe i powierzchnie stopnia 2.
12. Pojęcie przestrzeni probabilistycznej. Prawdopodobieństwo i jego podstawowe własności. Prawdopodobieństwo geometryczne, warunkowe, całkowite. Niezależność zdarzeń. 13. Zmienne losowe jedno- i dwuwymiarowe i generowane przez nie przestrzenie probabilistyczne na prostej i na płaszczyźnie. Niezależność zmiennych losowych. Dystrybuanta. Wartość oczekiwana i wariancja.
14. Funkcje charakterystyczne i ich własności. Funkcje charakterystyczne a momenty zmiennej losowej.
15. Różne rodzaje zbieżności ciągów zmiennych losowych. Prawo wielkich liczb Bernoulliego. Centralne twierdzenia graniczne - zastosowania.
16. Pochodna funkcji zespolonej. Zespolone szeregi potęgowe. Pojęcie funkcji analitycznej oraz holomorficznej oraz związki zachodzące między nimi.
17. Miara i jej podstawowe własności. Miara Lebesgue'a, miara Jordana.
18. Miara Lebesgue'a i jej własności.
19. Całka Lebesgue'a, jej własności i związek z całką Riemanna.
20. Odwzorowania ciągłe przestrzeni topologicznych, homeomorfizmy, izometrie.
21. Przestrzenie unormowane jako przykład łączenia struktury topologicznej i liniowej.
22. Podstawowe przykłady przestrzeni unormowanych ciągowych i funkcyjnych.
23. Związki między normą a iloczynem skalarnym.
24. Operatory i funkcjonały liniowe ciągłe, podstawowe własności i przykłady. Przestrzeń operatorów liniowych i ciągłych
25. Całki funkcji zespolonych. Twierdzenie całkowe Cauchy'ego, wzór całkowy Cauchy'ego, ich konsekwencje oraz przykłady zastosowania.
26. Różne rodzaje przestrzeni topologicznych (aksjomaty oddzielania, zwartość, zupełność, spójność, ośrodkowość).
27. Twierdzenia o liczbach pierwszych. Rozmieszczenie liczb pierwszych.
28. Grupy rozwiązalne.
29. Elementy algebraiczne i elementy przestępne nad ciałem; rozszerzenia algebraiczne, rozszerzenia skończone, rozszerzenie o element algebraiczny.
30. Ciała algebraicznie domknięte. Twierdzenia Liouville'a i zasadnicze twierdzenie algebry.
31. Parametryzacja naturalna krzywej w R^3. Trójścian Freneta; krzywizna, torsja. Przykłady.
32. Fundamentalne twierdzenie teorii krzywych (Dla dowolnych dwóch funkcji rzeczywistych gładkich … określonych na przedziale ... istnieje krzywa … krzywizna … skręcenie ...).
33. Funkcja charakterystyczna zmiennej losowej. Momenty zmiennej losowej.
34. Podstawowe rozkłady prawdopodobieństwa i przykłady przestrzeni probabilistycznych o tych rozkładach (rozkład Bernoulliego, Poissona, normalny, Cauchy'ego itd.).
35. Twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań równań różniczkowych.
36. Przykłady metod rozwiązywania pewnych typów równań różniczkowych pierwszego i drugiego rzędu.

II. Dydaktyka matematyki (dotyczy specjalności nauczycielskich)

1. Dydaktyczne problemy związane z definiowaniem i korzystaniem z definicji, formułowaniem twierdzeń, ich stosowaniem i dowodzeniem.
2. Poziomy i kryteria rozumienia pojęć. Typy rozumowań w nauczaniu matematyki (wnioskowanie empiryczne, intuicyjne i formalne, indukcja, dedukcja, redukcja, rozumowanie nie wprost).
3. Rodzaje zadań matematycznych w różnych koncepcjach nauczania, główne etapy wg. Polyi i przykłady wskazówek heurystycznych w procesie rozwiązywania zadań.
4. Cele nauczania matematyki, rola pojęciowego i algorytmicznego ujęcia matematyki w różnych koncepcjach nauczania.
5. Wykorzystanie technologii informacyjnej w nauczaniu matematyki, przykłady edukacyjnych programów komputerowych.
6. Reprezentacje enaktywne, ikoniczne i symboliczne i ich rola w procesie kształtowania pojęć matematycznych.
7. Specyfika języka szkolnej matematyki, charakterystyczne błędy popełniane przez uczniów i sposoby ich wykorzystywania w procesie kształtowania pojęć.
8. Lokalna dedukcja na lekcjach matematyki.
9. Czynnościowe nauczanie matematyki.
10. Elementy logiki w nauczaniu matematyki.
11. Metodyka nauki o liczbie i działaniach.
12. Metodyka nauki o funkcjach numerycznych i ich wykresach.
13. Metodyka nauki o przekształceniach geometrycznych.
14. Równania i nierówności w matematyce elementarnej.